DIRECCIÓN GENERAL DE CULTURA Y EDUCACIÓN
SUBSECRETARÍA DE EDUCACIÓN
DIRECCIÓN PROVINCIAL DE EDUCACIÓN SECUNDARIA
DIRECCIÓN DE GESTIÓN CURRICULAR

Secuencia didáctica: Funciones polinómicas
Quinto año - Educación secundaria

Material para estudiantes de 5° año. Pruebas escolares de matemática.

Introducción

Queridos y queridas estudiantes: les hacemos llegar esta propuesta para comenzar a estudiar las funciones polinómicas. La intención es que sea trabajada en formato taller y que se generen espacios de reflexión colectiva e individual acompañados por su profesor o profesora

Seguramente han trabajado en años anteriores con funciones lineales y cuadráticas. Independientemente del recorrido que hayan realizado, este tipo de funciones no les son desconocidas. Apoyándonos en ellas, vamos a iniciar un recorrido para estudiar algunas características de las funciones polinómicas. Comenzaremos el trabajo con el estudio del producto de dos funciones lineales, para luego incorporar como factor una función cuadrática[1].

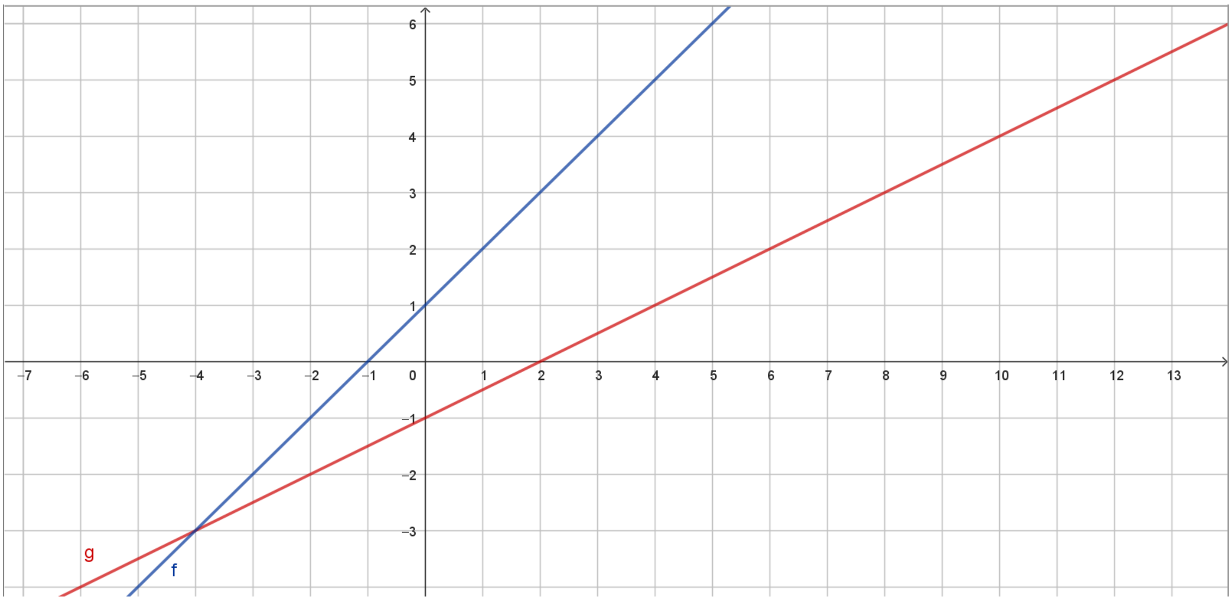
Esperamos que la propuesta les permita resolver en conjunto, intercambiar ideas y conversar con sus docentes acerca de este tema.

Los y las saludamos a la distancia.
Equipo curricular de matemática.

Problema 1

En el siguiente gráfico se encuentran representadas dos funciones lineales f(x) y g(x), definimos el producto de las mismas como la función h(x) de tal forma que *h(x) = f(x). g(x)*

[1] Las ideas desplegadas en esta secuencia se apoyan en los materiales *Introducción al trabajo con polinomios y funciones polinómicas: incorporación del programa GeoGebra al trabajo matemático en el aula* / Carmen Sessa ... [et al.]. Gonnet - UNIPE: Editorial Universitaria - 2015.

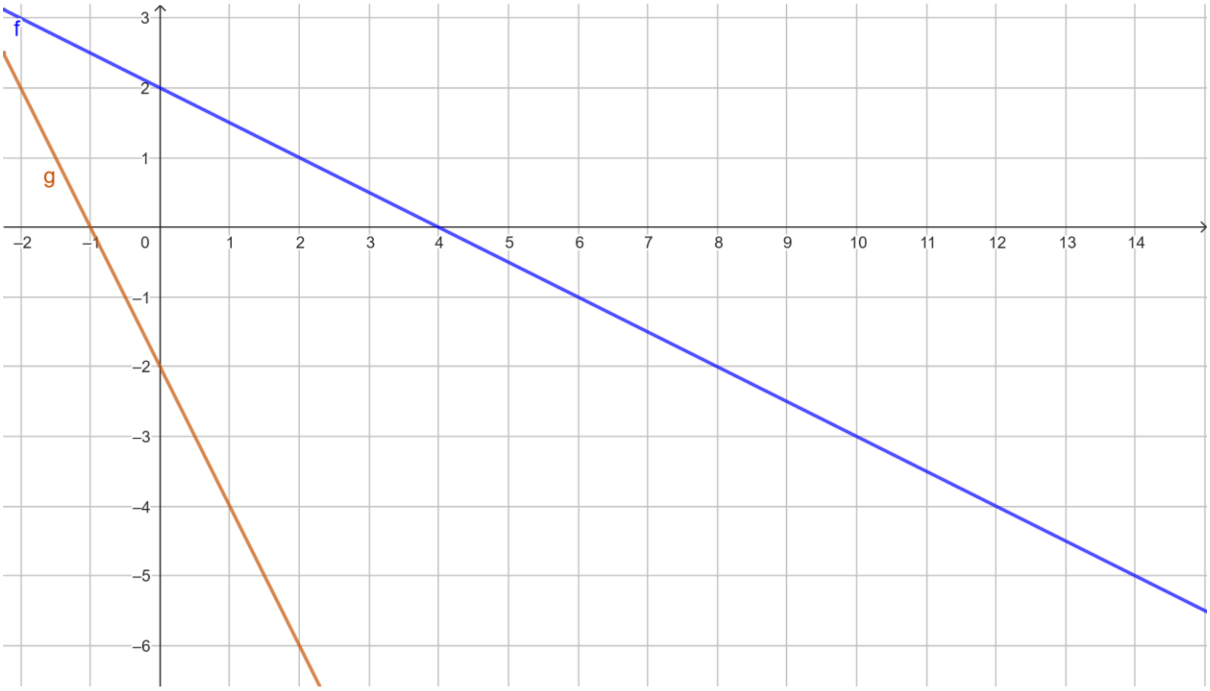


a) Les proponemos que encuentren algunos puntos de la gráfica de *h(x)*. Por ejemplo, para calcular h(4), necesitamos encontrar en el gráfico los valores de f(4)=5 y g(4)=1 y multiplicarlos. Así encontramos que h(4)= 5.1= 5

Calculen:
h(-2)=
h(2)=
h(4)=
h(0)=
h(1)=
h(-1)=
h(-4)=
h(8)=

b) Para cada uno de los valores de x, indiquen si h(x) es negativa, positiva o cero.
h(-7)
h(-20)
h(-1)
h(6)
h(-1,5)

Problema 2
En el siguiente sistema de coordenadas se dan las gráficas de f(x) y g(x), ambas funciones lineales.

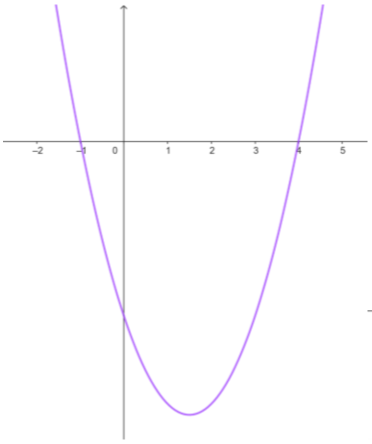


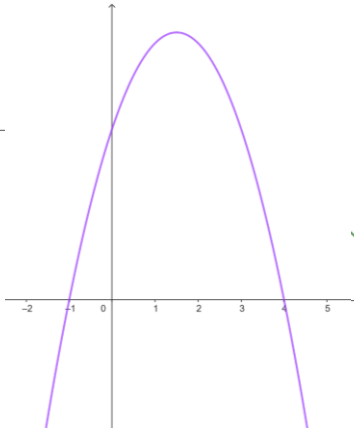
a) Consideren la función *h(x)=f(x).g(x)* y calculen:
h(3)=
h(0)=
h(-1)=
h(-3)=

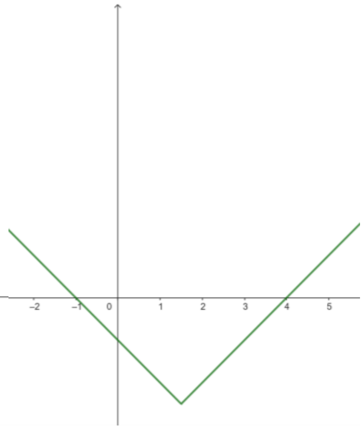
b) Encuentren al menos 3 puntos que pertenezcan al gráfico de h(x), indiquen sus coordenadas. Propongan argumentos para fundamentar la respuesta.

c) Establezcan el conjunto de valores de x para los cuales la función h(x) es positiva, negativa o cero.

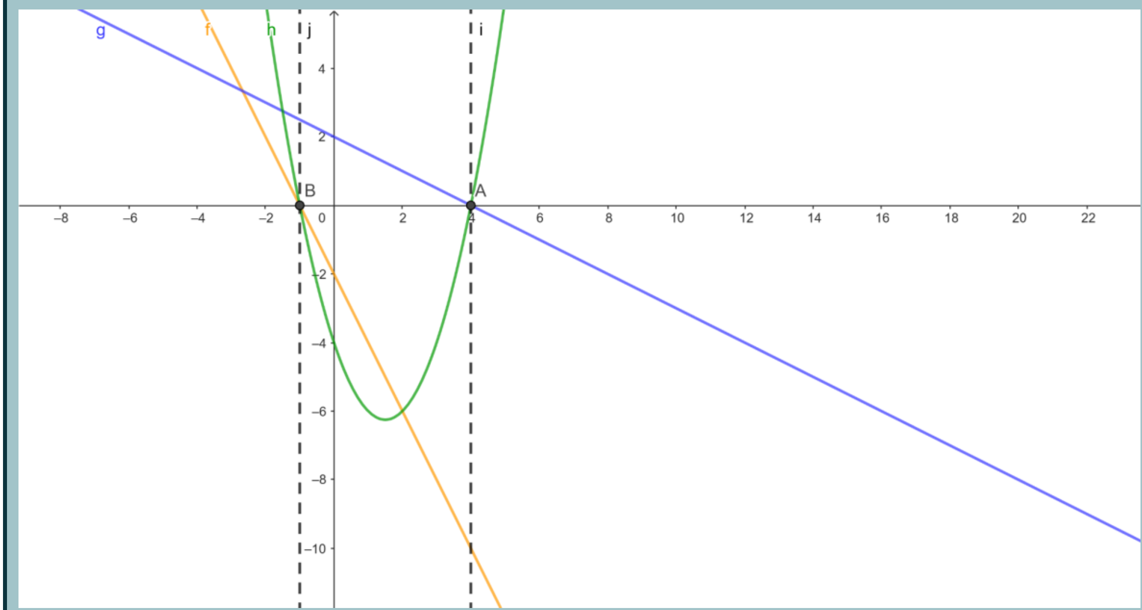
d) Decidan cuál de los siguientes gráficos puede representar la función h(x) del problema anterior.







Al conjunto de todos los valores de x para los cuales h(x) es positiva se lo llama conjunto de positividad y se escribe $C_{+\,(h)}$. A todos los valores de x para los cuales h(x) es negativa se los denomina conjunto de negatividad $C_{-\,(h)}$. Y a los valores de x en los que las imágenes de h son iguales a cero, se los llama conjunto de ceros y se escribe $C_{0\,(h)}$



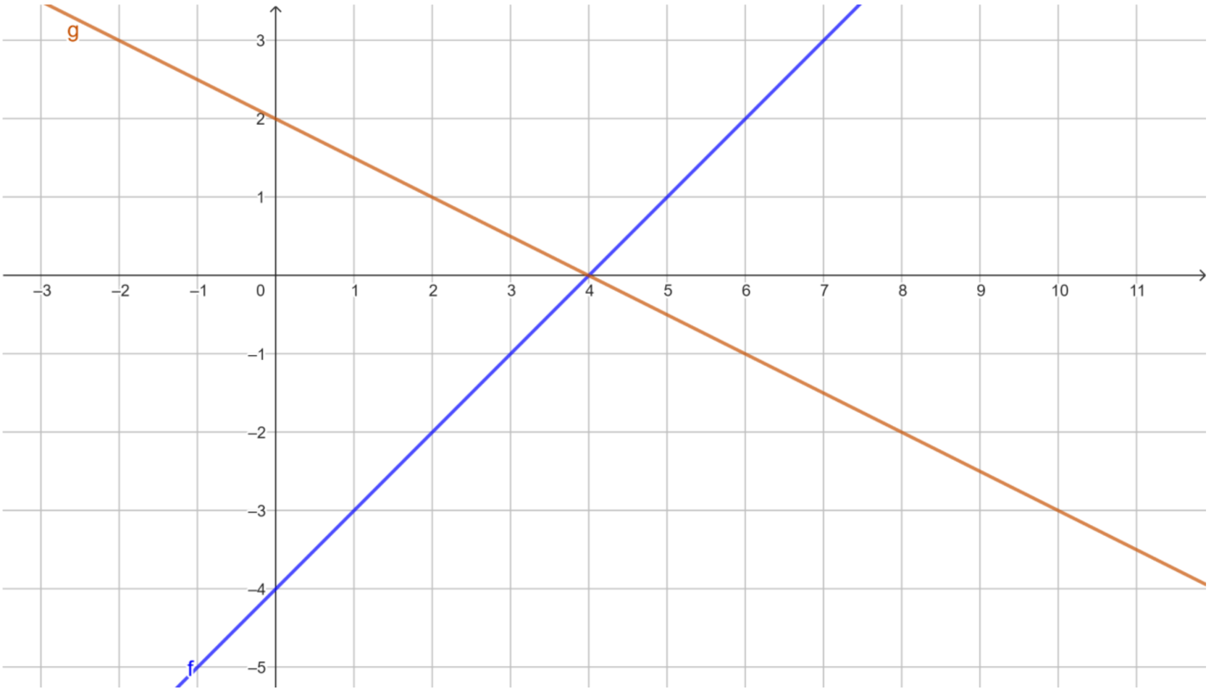
Además, aparece un primer acercamiento al posible gráfico de *h(x)* a partir del análisis de tres gráficos dados en el ítem d)

- La función es positiva, $C_{+\,(h)} = (-\infty; -1) \cup (4; \infty)$

- La función es negativa, $C_{-\,(h)} = (-1; 4)$
- La función vale cero, $C_0(h) = \{-1; 4\}$

Problema 3

Consideren la función h definida las funciones lineales f y g, tal que h(x) = f(x).g(x):

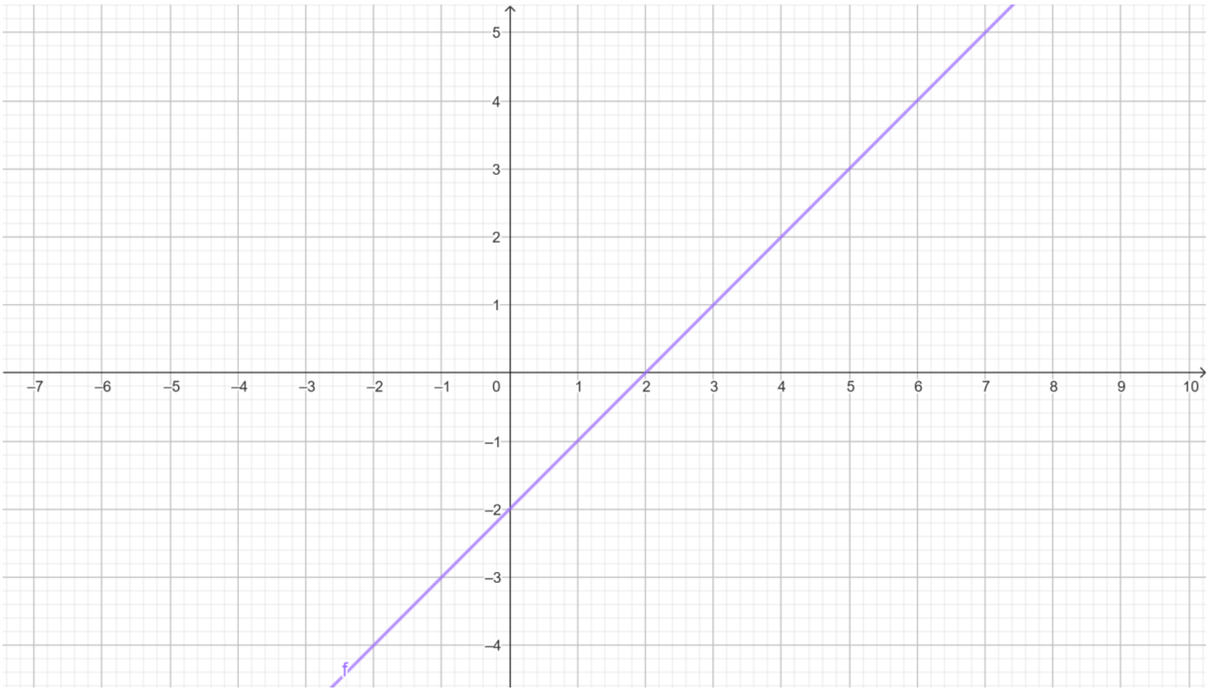


b. Establezcan el conjunto de valores de x para los cuales h es positiva (conjunto de positividad ($C_{+\,(h)}$))
c. Construyan un gráfico aproximado de la función h.
d. Una vez representada la función h, ¿Podrían identificarse esta función tiene máximo? ¿Tiene mínimo? ¿Cómo lo identifican?

Problema 4

En el siguiente sistema de coordenadas se encuentra la gráfica de la función f cuya fórmula es f(x)= x-2. Consideren la función *h(x)* definida como el producto de *f(x) y g(x)*. Encuentren si es posible la fórmula de una función g(x) para que h(x) cumpla lo pedido en cada uno de los siguientes ítems:

a) Los ceros de h sean 2 y 3
b) h tenga una sola raíz y su gráfica está por encima del eje x
c) h tenga una sola raíz y su gráfica está por debajo del eje x



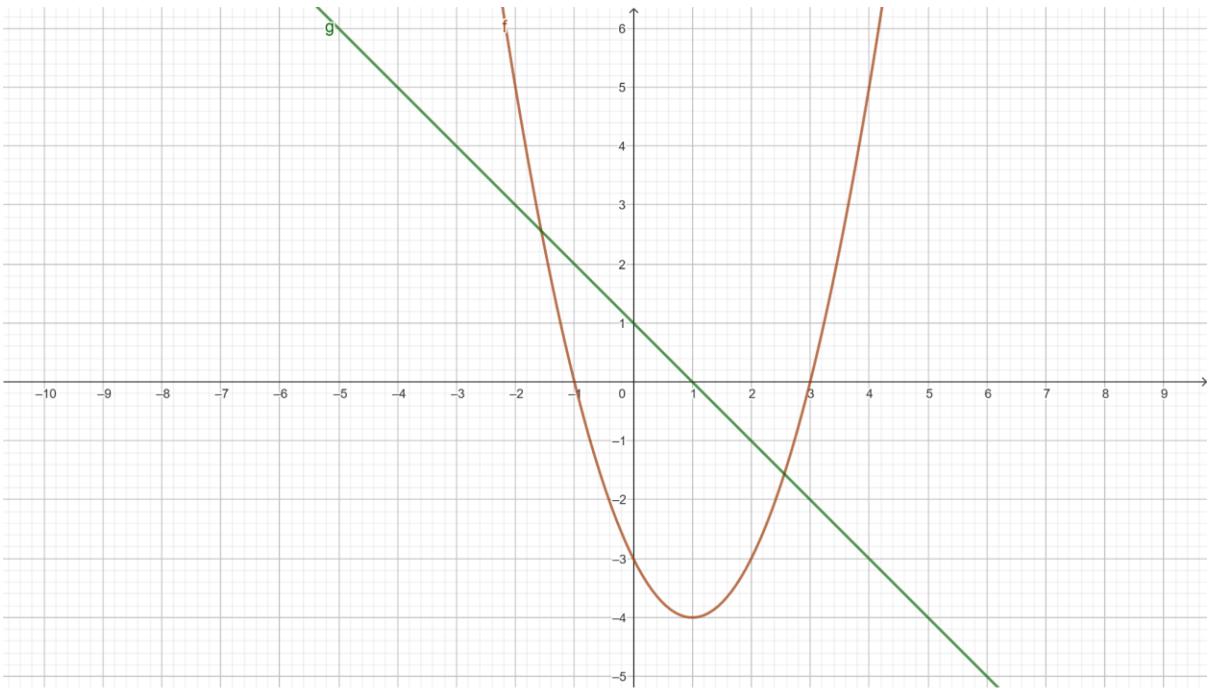
Problema 5
Actividad de síntesis

A partir de lo resuelto en las actividades **1);2);3) y 4)**, contesten las siguientes preguntas:

a) Es cierto que siempre que multiplicamos dos funciones lineales paralelas obtenemos una función cuadrática con las ramas hacia arriba.
b) Para que la función producto tenga una sola raíz ¿cómo deben ser las raíces de las funciones lineales?
c) Existe una función producto que pueda tener solo conjunto de positividad. Argumenten
d) Representen dos rectas para que la función producto tenga un mínimo.

Problema 6

A continuación se proponen los gráficos de la funció *f(x)* y la función lineal *g(x)*



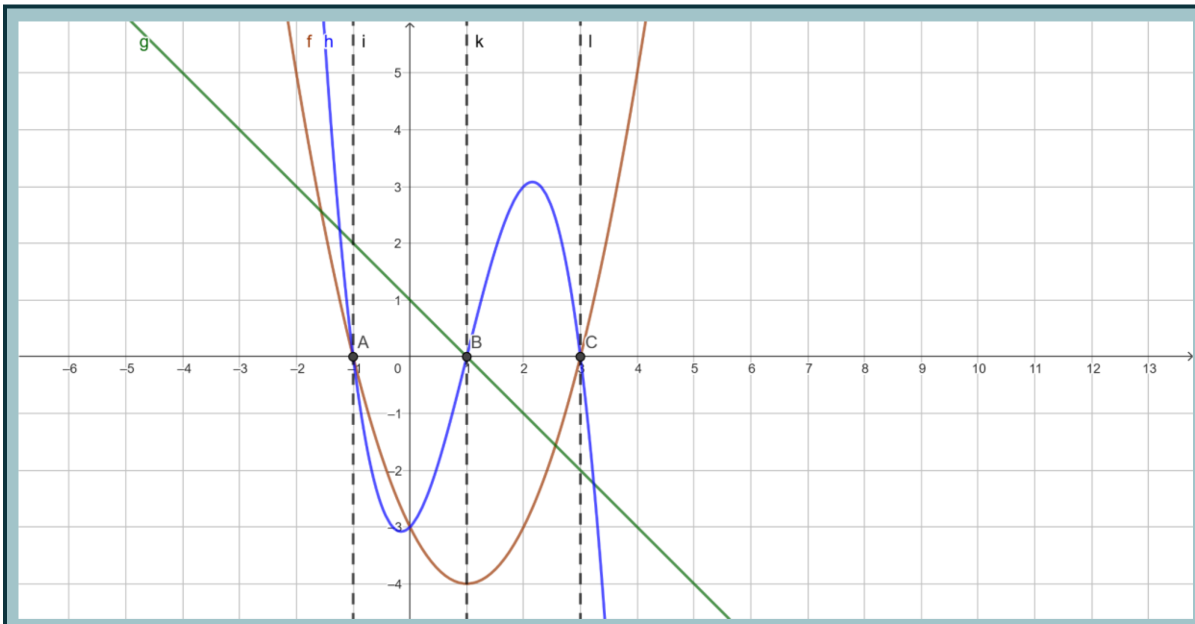
Ahora consideran la función producto *h(x)=f(x).g(x)* y calculen:

a) Calculen el valor de la función en cada caso.
   - *h(2)=*
   - *h(1)=*
   - *h(-2)=*
   - *h(-1)=*
   - *h(3)=*
   - *h(0)=*
   - *h(4)=*

b) Para cada caso decidan si *h* es positiva, negativa o cero.

   - *h(6)=*
   - *h(0,5)=*
   - *h(-2)=*
   - *h(0)=*
   - *h(20)=*

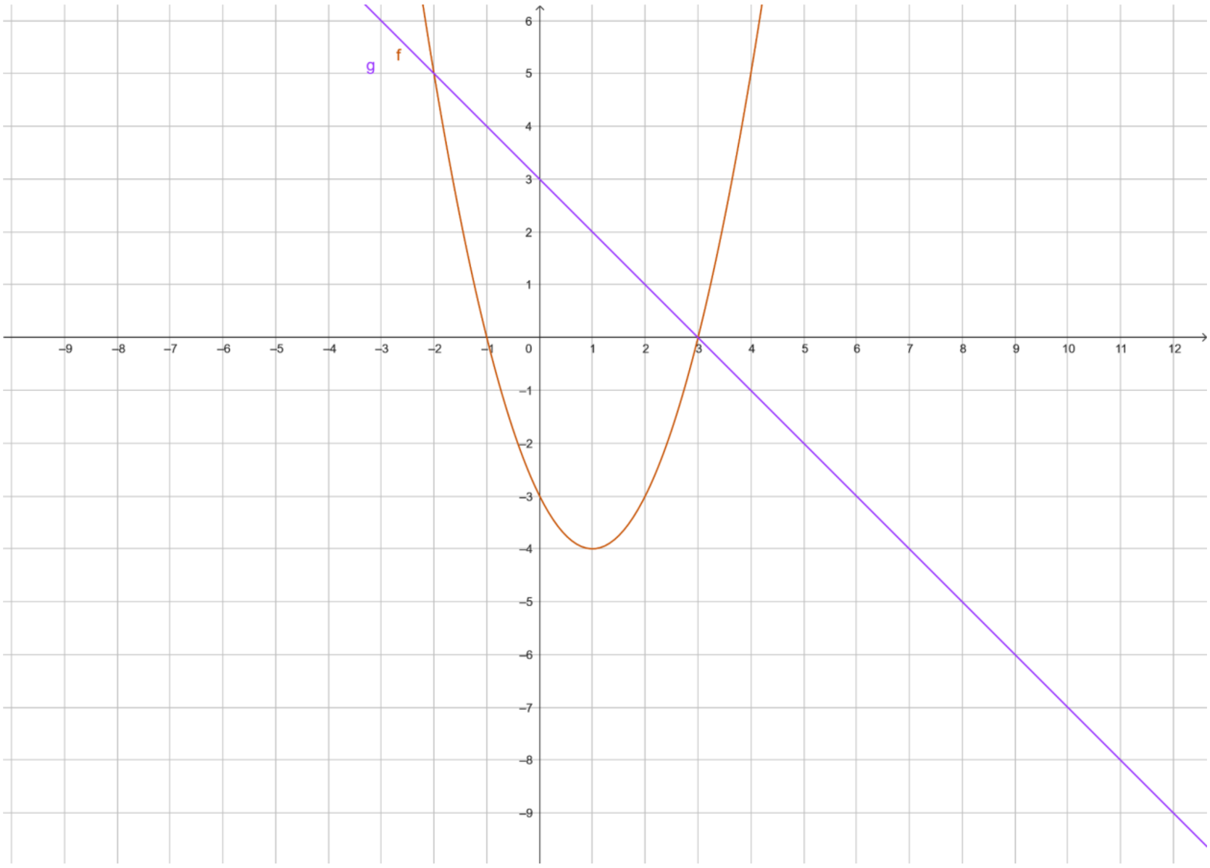
c) Indiquen los ceros, el conjunto de positividad y el de negatividad de la función *h(x)*. Hagan un gráfico aproximado de *h(x)*



- La función es positiva, $C_{+\,(h)} = (-\infty; -1) \cup (1; 3)$
- La función es negativa, $C_{-\,(h)} = (-1; 1) \cup \quad (3; \infty)$
- La función vale cero, $C_0(h) = \{-1; 1; 3\}$

Problema 7

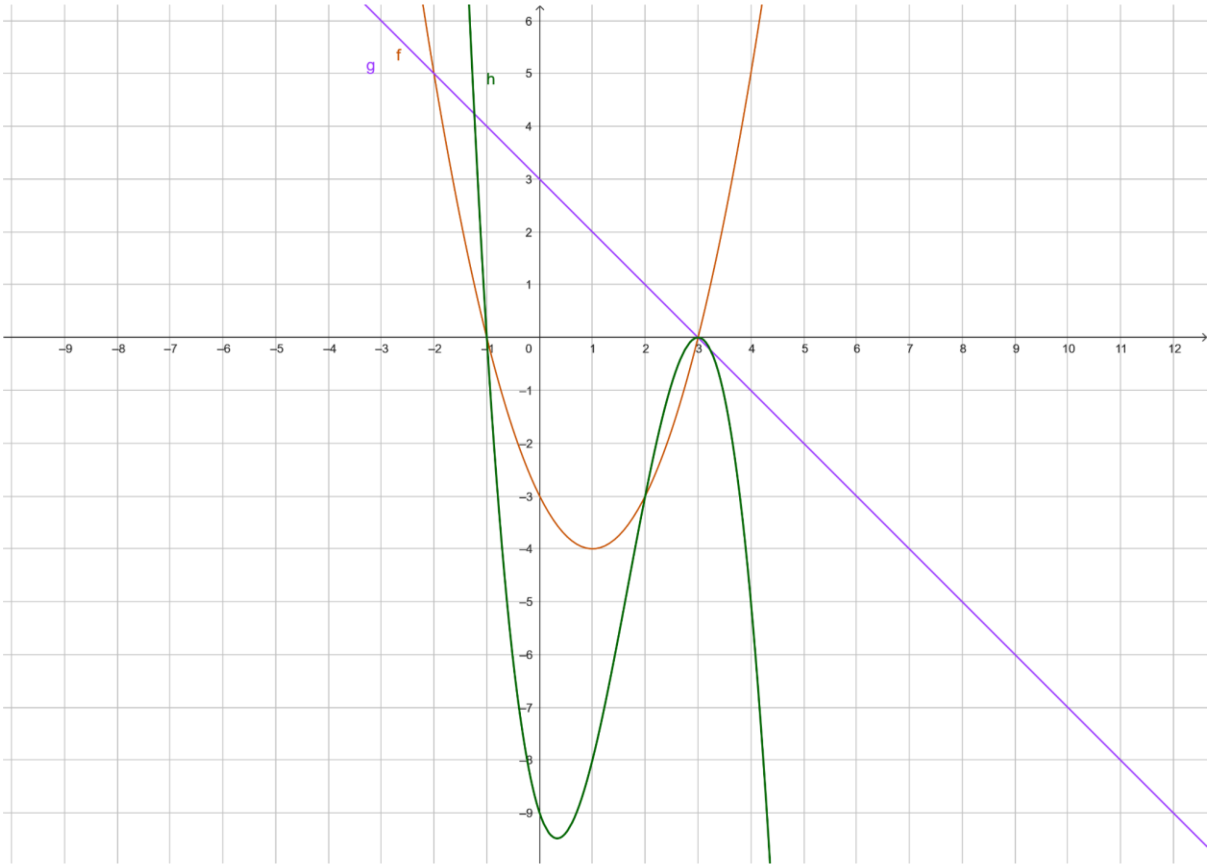
Dados, el gráfico de la función lineal *f* y el gráfico de la función cuadrática *g*. Se define la función *h(x)*= *f(x).g(x)*



a) Tracen un gráfico aproximado e indiquen los ceros, conjuntos de positividad y negatividad de la función h.

Importante: Para hacer el análisis del siguiente punto deben haber realizado el gráfico del punto a)

b) El siguiente es un posible gráfico de la función *h*. Contesten:
   i) ¿Qué diferencias encuentran entre este gráfico y el que construyeron para el ítem a) ¿Cuántos ceros observan en este gráfico?



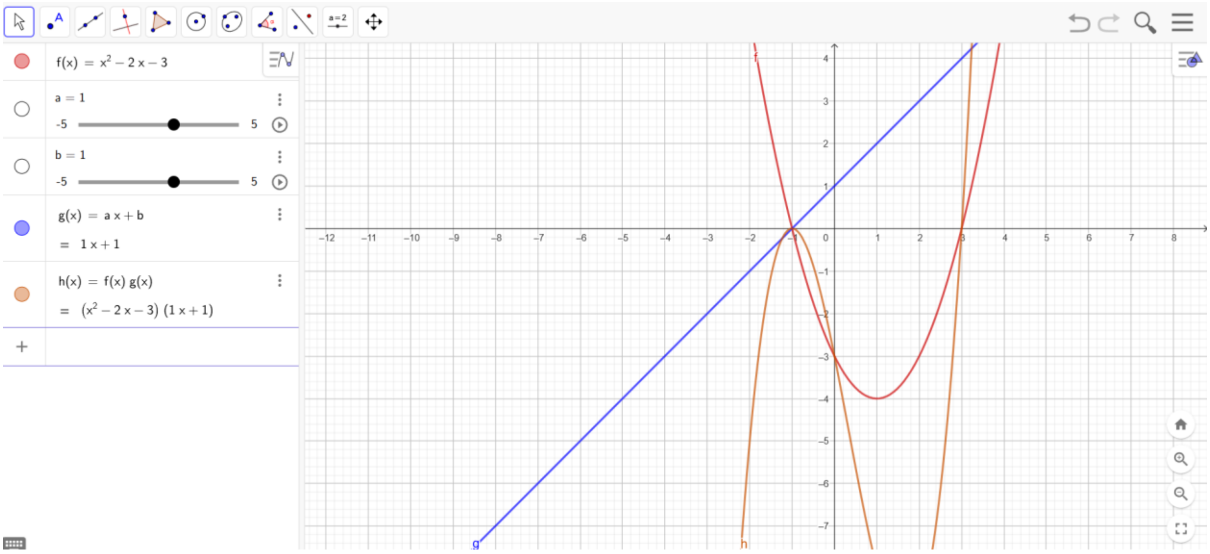
Problema 8
Actividad de síntesis

Consideren la función *h* como el producto de una función lineal *f* y una función cuadrática *g,* y contesten las siguiente preguntas:

a) ¿La función h puede tener únicamente dos raíces? si la respuesta es sí, ¿Cómo deben ser las funciones *f* y *g* ?
b) ¿Qué debería ocurrir con las raíces de f y g para que la función producto (h) tenga tres raíces?
c) ¿Es cierto que para que la función h tenga una raíz doble, las funciones f y g deben compartir una raíz?
d) ¿Qué debe ocurrir con los ceros de la función f y g para que la función h tenga un solo cero?

Problema 8 BIS (para hacer con geogebra)

En la ventana de *GeoGebra Clásico* ingresen en entrada la siguiente función $f(x) = x^2 - 2x - 3$ y presionen enter. Luego ingresen la función $g(x) = ax + b$, en la vista algebraica verán que se despliegan dos deslizadores que permiten modificar los valores de a y de b que para obtener distintas funciones lineales. Por último ingresen en la ventana algebraica $f(x).g(x)$ y presionen enter para obtener la función producto $h(x)$.



Sobre el lado izquierdo de la pantalla se pueden ver los deslizadores de la función *g*. Éstos les permitirán modificar los valores a y b para obtener distintas fórmulas de la función g. También podrán observar los cambios en la función *h,* a partir de las distintas fórmulas que consiguen al modificar los valores de a y b.

Consideren entonces, la función *h* como el producto de la función lineal *g* y la función cuadrática *f,* y contesten las siguiente preguntas:

a) ¿La función h puede tener únicamente dos raíces? si la respuesta es sí, propongan la ecuación de la función *g*
b) ¿Qué debería ocurrir con las raíces de f y g para que la función producto (h) tenga tres raíces? Propongan una función *g* para que se cumpla lo pedido ¿Hay una única respuesta?
c) ¿Es cierto que para que la función h tenga una raíz doble, las funciones f y g deben compartir una raíz?
d) ¿Si se quiere que la función h tenga solución (2;3) Qué debe ocurrir con la función *g*? ¿Podrías escribir la fórmula de la función *g*?